Speciální teorie relativity (A. Einstein 1905)

- formulována pro jednu částici v elektromagnetickém poli (případně pro systém neinteragujících částic)
- není kompatibilní s gravitací (proto vznikla obecná teorie relativity)

Principy speciální teorie relativity

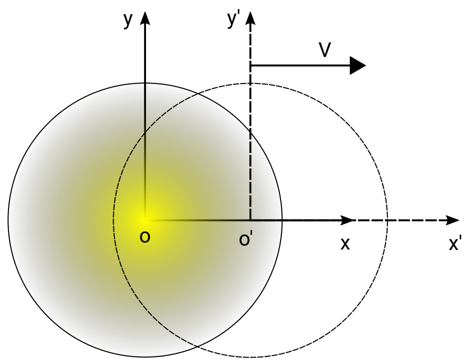
1. Newtonův zákon
Existuje *inerciální vztažná soustava* (IS), vůči které se každý volný hmotný bod pohybuje rovnoměrně přímočaře.

Volný hm. bod = hm. bod na který nepůsobí žádné skutečné (pravé) síly (gravitace se neuvažuje)
vztažná soustava = tuhé těleso, soustava synchronizovaných hodin, kartézský souřadný systém

Einsteinův princip relativity:
Všechny fyzikální děje probíhají ve všech inerciálních vztažných soustavách podle stejných zákonů.
Experimentálním zkoumáním fyzikálních dějů principiálně nelze inerciální vztažné soustavy navzájem odlišit.
Fyzikální zákony lze zapsat v tzv. *kovariantní formě* tj. ve tvaru který je stejný ve všech inerciálních vztažných soustavách.

Princip stálosti rychlosti světla:
Ve vakuu se světlo šíří vůči všem inerciálním vztažným soustavám rovnoměrně přímočaře konstantní rychlostí $c = 299\,792\,458\, ms^{-1}$.
Rychlost světla je absolutní.

Speciální Lorentzova transformace mezi inerciálními soustavami S a S'



Vlnoplochy světelného záblesku vyslaného v čase $t = 0 = t'$, kdy počátky obou soustav splývají ($o = o'$) musí být v obou soustavách sféry popsané rovnicemi:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$$
$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$$

Dále budeme předpokládat, že

- transformace je lineární, což zajistí splnění 1.N.Z. v obou soustavách současně
- $y' = y$ a $z' = z$ což plyne z homogenity a izotropie prostoru a požadavku na stejný tvar inverzní transformace (pouze se záměnou $\vec{V} \leftrightarrow \vec{V}' = -\vec{V}$)
- $x' = \gamma x + \delta t$ a $t' = \alpha t + \beta x$

Pro počátek o' platí $0 = x'(o') = \gamma x(o') + \delta t = \gamma V t + \delta t$ odtud $\delta = -\gamma V$ a tedy $x' = \gamma(x - Vt)$. Dosazením do rovnice sféry:

$$\gamma^2(x - Vt)^2 + y^2 + z^2 = c^2(\alpha t + \beta x)^2$$

$$\underbrace{(\gamma^2 - \beta^2c^2)}_{=1} x^2 - 2\underbrace{(\gamma^2 V + \alpha\beta c^2)}_{=0} xt + y^2 + z^2 = \underbrace{(\alpha^2 - \gamma^2\frac{V^2}{c^2})}_{=1} c^2t^2$$

to řeší např. volba: $\alpha = +\gamma$, $\beta = -\gamma\frac{V}{c^2}$ a *Lorentzův faktor* $\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \geq 1}$

Speciální Lorentzova transformace

$$\boxed{x' = \gamma(x - Vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma(t - \tfrac{V}{c^2}x)}$$

Inverzní transformace musí mít díky principu relativity stejný tvar:
$x = \gamma'(x' - V't') \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = \gamma'(t' - \frac{V'}{c^2}x')$
dosazením $V' = -V$ a $\gamma' = \gamma$ máme

$$x = \gamma(x' + Vt') \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = \gamma(t' + \tfrac{V}{c^2}x')$$

Relativistické skládání rychlostí $x' = x'(x(t), t)$, $t = t(x'(t'), t')$

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\frac{dt}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\frac{1}{\frac{dt'}{dt}} = \frac{\gamma(\frac{dx}{dt} - V\frac{dt}{dt})}{\gamma(\frac{dt}{dt} - \frac{V}{c^2}\frac{dx}{dt})} = \frac{v_x - V}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy'}{dt}\frac{dt}{dt'} = \frac{dy'}{dt}\frac{1}{\frac{dt'}{dt}} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\gamma(\frac{dt}{dt} - \frac{V}{c^2}\frac{dx}{dt})} = \frac{v_y\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{Vv_x}{c^2}}$$

Uvažujme nyní dvě události odehrávající se na ose x v místech x_1,x_2 a časech t_1,t_2 a označme jejich vzdálenost $\Delta x = x_2 - x_1$ ($\Delta y = 0$, $\Delta z = 0$) a jejich časovou odlehlost $\Delta t = t_2 - t_1$.
Díky linearitě Lorentzovy transformace máme

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - V\Delta t) \qquad \Delta y' = \Delta y \qquad \Delta z' = \Delta z \qquad \Delta t' = \gamma(\Delta t - \tfrac{V}{c^2}\Delta x)$$

Současnost ($\Delta t = 0$) a soumístnost ($\Delta x = 0$) jsou tedy relativní - závisí na volbě vztažné soustavy.

<u>Dilatace času</u>
Pro částici umístěnou v počátku soustavy S' zvolme jako události její vyslání a zachycení, které jsou v S' soumístné $\Delta x' = 0$, a určeme dobu po kterou cestovala $\Delta x = V\Delta t$
$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{V}{c^2}V\Delta t) = \gamma(1 - \frac{V^2}{c^2})\Delta t = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}\Delta t = \frac{\Delta t}{\gamma}$

Vlastní čas τ (čas v klidové soustavě objektu, zde t') $\boxed{\tau = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}\, t = \frac{t}{\gamma}}$

<u>Kontrakce délek</u>
Pro tyč ležící v klidu v soustavě S' podél osy x' zvolme jako události zaznamenání polohy jejích konců a určeme její délku. V soustavě S, vůči které se tyč pohybuje, musí být tyto události současné $\Delta t = 0$ proto
$\Delta x' = \gamma(\Delta x - V\Delta t) = \gamma\Delta x \quad \Rightarrow \quad l' = \gamma l$

Vlastní (klidová) délka l_0 (zde l') $\boxed{l = l_0\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = \frac{l_0}{\gamma}}$

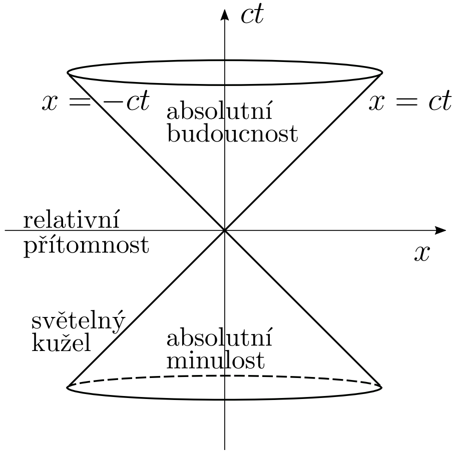
Současnost, soumístnost, vzdálenost, rychlost plynutí času jsou relativní.
Co je absolutní? Která veličina nezávisí na volbě inerciální vztažné soustavy? Rychlost světla a interval $(\Delta s)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta l)^2$.

Minkowského prostoročas (pseudoeuklidovský prostor $\mathbb{R}^4$)
Body prostoročasu, nazývané světobody, reprezentují události charakterizované místem a časem, Jsou popsány čtyřmi souřadnicemi $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$ tzv. *čtyřvektoru polohy* x^μ, kde $\mu = 0, 1, 2, 3$.
Místo vzdálenosti je zde definován *prostoročasový interval* (přesněji kvadrát intervalu)

$$(\Delta s)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta l)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

což je kvadratická forma signatury (1,3).

Prostoročasový diagram



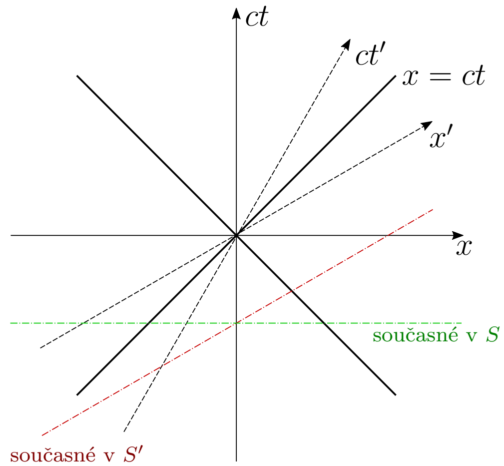
Interval se nazývá

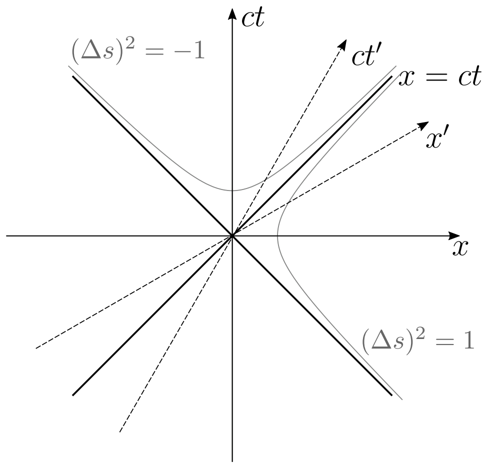
- časupodobný $(\Delta s)^2 > 0$ – spojuje kauzálně související události, lze najít IS ve kterém jsou tyto události soumístné
- světelný $(\Delta s)^2 = 0$ – spojuje události spočívající ve vyslání a přijetí světelného paprsku
- prostorupodobný $(\Delta s)^2 < 0$ – spojuje události, které nemohou být kauzálně spojeny protože pro ně existuje IS ve které jsou současné

Lorentzova transformace prostoročasového diagramu

Osa $x'^0 = ct'$ je určena rovnicí
$0 = x' = \gamma(x - Vt) = \gamma(x - \frac{V}{c}ct)$
tedy $ct = \frac{c}{V}x$.

Osa $x'^1 = x'$ je určena rovnicí
$0 = ct' = \gamma(ct - \frac{V}{c}x)$ tedy
$ct = \frac{V}{c}x$.





Transformace jednotek
Jednotky jsou určeny průsečíky křivek $(\Delta s)^2 = c^2t^2 - x^2 = \pm 1$ s osami souřadnic. Tyto křivky představují tzv. invariantní hyperboly - jejich rovnice jsou (díky invarianci intervalu $(\Delta s)^2 = (\Delta s')^2$) v obou soustavách stejné.
$c^2t^2 - x^2 = (\Delta s)^2 = c^2t'^2 - x'^2$