Teoretická Fyzika https://physics.fjfi.cvut.cz/studium/predmety/67-02tef1

Literatura
1, Slabikář analytické mechaniky [Hlavatý] skripta web (pouze 1. semestr)
2, Klasická teoretická fyzika [Štoll, Tolar, Jex] kniha 2017
3, Teoretická fyzika [Štoll, Tolar] skripta ČVUT

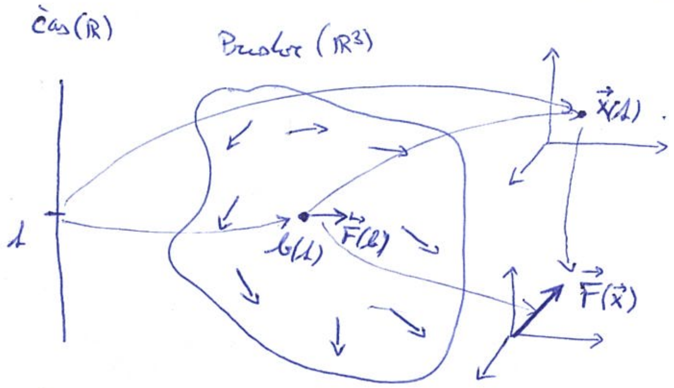
Náplň předmětu

Tef1
- Newtonova mechanika (vektorová)
- Analytická mechanika (skalární)
  - Lagrangeův formalismus
  - diferenciální principy
  - integrální (variační) principy

Tef2.
- Analytická mechanika
  - Hamiltonův formalismus
- Speciální teorie relativity
- Teorie elektromagnetického pole
- Elektromagnetické vlny

Newton (1687) - Matematické principy přírodní filosofie - 1. dílo teoretické fyziky
- 3 Newtonovy zákony a gravitační zákon

2. N.Z. $m\vec{a} = \vec{F}$



m = konst. setrvačná hmotnost (skalár)
$\vec{a} = \vec{a}(t)$ okamžité zrychlení (vektor)
$\vec{F} = \vec{F}(b, \vec{v}, t)$ vnější síla (vektorové pole)
pro jednoduchost předpokládáme $\vec{F} = \vec{F}(b)$
$m\vec{a}(t) = \vec{F}(b(t))$

v kartézských souřadnicích $m\ddot{x}^j(t) = F^j(\vec{x}(t))$ $j = 1,2,3$
$m\ddot{x}^j(t) = F^j(x^1(t), x^2(t), x^3(t))$

Pohybové rovnice.

obyčejné dif. 2. řádu pro neznámé funkce $x^j = x^j(t)$ $j = 1,2,3$
obtížnost řešení závisí na dopředu známých $F^j = F^j(\vec{x})$ $F^j: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$

absolutní čas je univerzální parametr, nezávislý na pohybujících se tělesech, všude stejně plynoucí
$t \in \mathbb{R}$ spojitý, rovnoměrný, jednosměrný, jednorozměrný

absolutní prostor je soubor míst, kde se mohou nacházet hm. body, není ovlivněn přítomností těles,
je homogenní, izotropní, 3-dimenzionální, euklidovský

Pozn.: STR - prostoročas
OTR - -//- je zakřiven hmotou

Značení vektor $\vec{v} \in V$ jako prvek vektorového prostoru V (ve skriptu tučné $\boldsymbol{v} \equiv \vec{v}$)

n-tice $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$ n-tice reálných čísel $\vec{v} = \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ \vdots \\ v^n \end{pmatrix}$ např. složky vektoru $\vec{v}$ v nějaké bázi B
$\vec{v} = (\vec{v})_B$

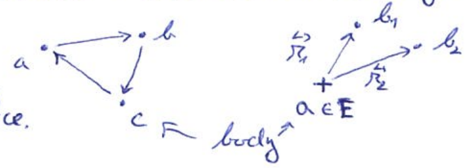
$f = f(\vec{v}) = f(v^1, \dots, v^n)$

Afinní prostor – matematický model fyzikálního prostoru mechaniky (Newtonův absolutní prostor)

Afinním prostorem nazýváme uspořádanou trojici $(E, \varphi, \overleftrightarrow{E})$ kde $E \neq \emptyset$ je množina bodů, $\overleftrightarrow{E}$ je přidružený vektorový prostor nad $\mathbb{R}$ (tzv. zaměření) a $\varphi: E \times E \to \overleftrightarrow{E}$ zobrazení splňující

1) $\forall a,b,c \in E \quad \varphi(a,b) + \varphi(b,c) + \varphi(c,a) = \overleftrightarrow{o}$

2) $\forall a \in E$ je zobrazení $\varphi_a : E \to \overleftrightarrow{E}$ $\quad \varphi_a : b \to \varphi(a,b)$ je bijekce.



Značení

a) $\varphi(a,b) = b - a = \overleftrightarrow{ab} = \overleftrightarrow{r}_{ab} \in \overleftrightarrow{E}$ … lze odčítat body → vektor $\quad a - a = \varphi(a,a) = \overleftrightarrow{o} \Leftarrow 1)$

b) $\forall a \in E\ \forall \overleftrightarrow{r} \in \overleftrightarrow{E}\ \exists_1 b \in E$ tak, že $\overleftrightarrow{r} = b - a = \varphi(a,b) = \varphi_a(b) \Rightarrow b = \varphi_a^{-1}(\overleftrightarrow{r}) =: a + \overleftrightarrow{r}$

Př:
- lib. vek. pr. (V, φ, V), Θ
- $W \subset\subset V$, $\overleftrightarrow{w} \in V$ $\quad (\overleftrightarrow{w} + W, \varphi, W)$ lineární varieta
- $E = \{ f: x \to \cos x + ax^2 + bx + c \mid a,b,c \in \mathbb{R} \}$ $\quad \varphi(f,g) = g - f$
  $\overleftrightarrow{E} = \{ \overleftrightarrow{p}: x \to ax^2 + bx + c \mid a,b,c \in \mathbb{R} \}$

Dimenzí afinního prostoru nazýváme číslo $\dim \overleftrightarrow{E}$. Je-li $\dim \overleftrightarrow{E} = m \in \mathbb{N}$ tak lze zavést na $\overleftrightarrow{E}$ bázi a souřadn…

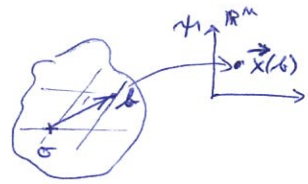
Souřadnice vektoru $\overleftrightarrow{v} \in \overleftrightarrow{E}$ v bázi $B = (\overleftrightarrow{e}_1, \dots, \overleftrightarrow{e}_m)$ prostoru $\overleftrightarrow{E}$

$$\overleftrightarrow{v} = \underset{\uparrow \text{ Einstein } \Sigma}{v^i \overleftrightarrow{e}_i} \longrightarrow \vec{v} = (\overleftrightarrow{v})_B = \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ \vdots \\ v^m \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^m$$

i-tý souřadnicový funkcionál v bázi B $\quad \phi^i : \overleftrightarrow{E} \to \mathbb{R} \quad \phi^i(\overleftrightarrow{v}) = v^i$ tak $\overleftrightarrow{v} = \phi^i(\overleftrightarrow{v}) \overleftrightarrow{e}_i$ (jiné zn. $e_i^{\#}, \overleftrightarrow{e}^i$)

Afinní souřadnice bodu $b \in E$ v soustavě souřadnic $\langle \sigma, \underbrace{(\overleftrightarrow{e}_1, \dots, \overleftrightarrow{e}_m)}_{\text{báze } B \text{ pr. } \overleftrightarrow{E}} \rangle$, σ … počátek $\sigma \in E$

$$b = \sigma + \underbrace{(b - \sigma)}_{\vec{x}(b) \dots \text{ polohový vektor bodu } b} = \sigma + \underbrace{\phi^i(b-\sigma)}_{x^i(b) \text{ souřadnice bodu } b \text{ v soustavě } \langle \sigma, B \rangle} \overleftrightarrow{e}_i$$



mapa (afinní zobrazení)

$\Psi : E \to \mathbb{R}^m \quad \Psi : b \to \vec{x}(b) = \begin{pmatrix} x^1(b) \\ \vdots \\ x^m(b) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^m$ kde $x^i(b) = \Psi^i(b) = \phi^i(b - \sigma)$

Transformace souřadnic (afinní transformace souřadnic bodů, lineární transformace souřadnic vektorů)

$b \to x^i(b)$ v $\langle \sigma, \underbrace{(\overleftrightarrow{e}_1, \dots, \overleftrightarrow{e}_m)}_{B} \rangle$ $\qquad \tilde{\sigma} = \sigma + \underset{\in \overleftrightarrow{E}}{\overleftrightarrow{w}}$

$b \to \tilde{x}^i(b)$ v $\langle \tilde{\sigma}, \underbrace{(\tilde{\overleftrightarrow{e}}_1, \dots, \tilde{\overleftrightarrow{e}}_m)}_{\tilde{B}} \rangle$ $\qquad \boxed{\tilde{\overleftrightarrow{e}}_j = \overleftrightarrow{e}_i S^i_j}$

kde $\mathbb{S} = (S^i_j) = \begin{pmatrix} S^1_1 & \dots & S^1_m \\ \vdots & & \\ S^m_1 & \dots & S^m_m \end{pmatrix} = ((\tilde{\overleftrightarrow{e}}_1)_B, \dots, (\tilde{\overleftrightarrow{e}}_m)_B) = {}^{\tilde{B}}\mathrm{Id}^{B} = {}_{B}\mathrm{T}_{\tilde{B}}$

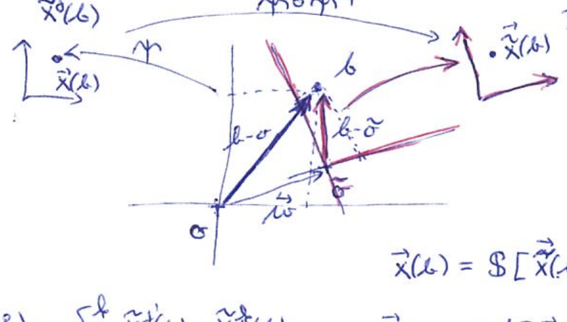
je matice přechodu od báze B k $\tilde{B}$

$\mathbb{S} \in GL(m, \mathbb{R}) = \{ \mathbb{A} \in \mathbb{R}^{m,m} \mid \det \mathbb{A} \neq 0 \}$

$$\boxed{x^i(b)} = \Psi^i(b) = \phi^i(b - \sigma) = \phi^i(\tilde{\phi}^j(b-\sigma)\tilde{\overleftrightarrow{e}}_j) = \phi^i(\tilde{\phi}^j(b-\sigma)\overleftrightarrow{e}_k S^k_j) = S^k_j \tilde{\phi}^j(b-\sigma) \underbrace{\phi^i(\overleftrightarrow{e}_k)}_{\delta^i_k} = S^k_j \tilde{\phi}^j(b-\sigma)\delta^i_k =$$

$$= S^i_j \tilde{\phi}^j(b - \sigma + \underbrace{\tilde{\sigma} - \tilde{\sigma}}_{\overleftrightarrow{o}}) = S^i_j \tilde{\phi}^j(b - \tilde{\sigma} + \underbrace{\tilde{\sigma} - \sigma}_{\overleftrightarrow{w}}) = S^i_j [\underbrace{\tilde{\phi}^j(b - \tilde{\sigma})}_{\tilde{x}^j(b)} + \tilde{\phi}^j(\tilde{\sigma} - \sigma)] = S^i_j [\tilde{x}^j(b) - \underbrace{\tilde{\phi}^j(\sigma - \tilde{\sigma})}_{\tilde{x}^j(\sigma)}]$$

$$\boxed{= S^i_j [\tilde{x}^j(b) - \tilde{x}^j(\sigma)]}$$



inverze

1) $b = \tilde{\sigma} \quad x^i(\tilde{\sigma}) = S^i_j [\underbrace{\tilde{x}^j(\tilde{\sigma})}_{0} - \tilde{x}^j(\sigma)] = -S^i_j \tilde{x}^j(\sigma)$

2) $x^i(b) = S^i_j \tilde{x}^j(b) - S^i_j \tilde{x}^j(\sigma) = S^i_j \tilde{x}^j(b) + x^i(\tilde{\sigma})$

$x^i(b) - x^i(\tilde{\sigma}) = S^i_j \tilde{x}^j(b) \qquad / (S^{-1})^k_i$

$(S^{-1})^k_i (x^i(b) - x^i(\tilde{\sigma})) = (S^{-1})^k_i S^i_j \tilde{x}^j(b) = \underbrace{(S^{-1}S)^k_j}_{\mathbb{I}} \tilde{x}^j(b) = \delta^k_j \tilde{x}^j(b) = \tilde{x}^k(b)$

$$\boxed{\tilde{x}^k(b) = (S^{-1})^k_i [x^i(b) - x^i(\tilde{\sigma})]}$$

$\vec{x}(b) = \mathbb{S}[\vec{\tilde{x}}(b) - \vec{\tilde{x}}(\sigma)]$

$\vec{\tilde{x}}(b) = \mathbb{S}^{-1}[\vec{x}(b) - \vec{x}(\tilde{\sigma})]$