Skládání dvou momentů hybnosti

- Celkový moment hybnosti $\hat{J}_i = \hat{J}_i^{(1)} + \hat{J}_i^{(2)}, \quad \left[\hat{J}_k, \hat{J}_l\right] = i\hbar\varepsilon_{klm}\hat{J}_m$

$$\hat{J}_3|j_1, j_2, j, m\rangle = m\hbar|j_1, j_2, j, m\rangle, \quad \hat{J}^2|j_1, j_2, j, m\rangle = \hbar^2 j(j+1)|j_1, j_2, j, m\rangle$$

- Převodní vztahy mezi bazemi

$$\begin{aligned}
|j_1, j_2, j, m\rangle &= \sum_{m_1=-j_1}^{j_1} \sum_{m_2=-j_2}^{j_2} (j_1, j_2, m_1, m_2|j, m)|j_1, m_1\rangle \otimes |j_2, m_2\rangle \\
|j_1, m_1\rangle \otimes |j_2, m_2\rangle &= \sum_{j=|j_1-j_2|}^{j_1+j_2} \sum_{m=-j}^{j} (j_1, j_2, m_1, m_2|j, m)|j_1, j_2, j, m\rangle
\end{aligned}$$

- Clebsch-Gordonovy koeficienty - výběrová pravidla

$$(j_1, j_2, m_1, m_2|j, m) \neq 0 \Longrightarrow m_1 + m_2 = m, \quad |j_1 - j_2| \leq j \leq j_1 + j_2$$

Integrál součinu tří kulových funkcí

$$\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\pi} \sin\theta d\theta\, \overline{Y}_{l,m} Y_{l_1,m_1} Y_{l_2,m_2} = \sqrt{\frac{(2l_1+1)(2l_2+1)}{4\pi(2l+1)}} (l_1, l_2, 0, 0|l, 0)(l_1, l_2, m_1, m_2|l, m)$$

Skalární, vektorové a ireducibilní tenzorové operátory

- Skalární a vektorový operátor $\left[\hat{J}_i, \hat{A}\right] = 0, \quad \left[\hat{J}_k, \hat{V}_l\right] = i\hbar\varepsilon_{klm}\hat{V}_m$
- Ireducibilní tenzor řádu k $\hat{\mathbb{T}}^{(k)} = \left\{\hat{T}(k, -k), \hat{T}(k, -k+1), \ldots, \hat{T}(k, k)\right\}$

$$\left[\hat{J}_3, \hat{T}(k, q)\right] = \hbar q \hat{T}(k, q), \quad \left[\hat{J}_\pm, \hat{T}(k, q)\right] = \alpha_{kq}^\pm \hat{T}(k, q \pm 1)$$

- Převod mezi vektorovým operátorem a ITO 1. řádu

$$\hat{V}(1, 1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{V}_1 + i\hat{V}_2\right), \quad \hat{V}(1, 0) = \hat{V}_3, \quad \hat{V}(1, -1) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{V}_1 - i\hat{V}_2\right)$$

- Wigner-Eckartův teorém

$$\langle a, j_1, m_1|\hat{T}(k, q)|b, j_2, m_2\rangle = \frac{(-1)^{j_1+k-j_2}}{\sqrt{2j_1+1}} (k, j_2, q, m_2|j_1, m_1)(a, j_1||\hat{\mathbb{T}}^{(k)}||b, j_2)$$

- Pro vektorové operátory platí ($j \neq 0$) $\langle a, j, m_1|\hat{\vec{V}}|a, j, m_2\rangle = \langle a, j, m_1|\frac{\hat{\vec{J}}(\hat{\vec{J}}\cdot\hat{\vec{V}})}{\hat{J}^2}|a, j, m_2\rangle$

WKB aproximace - kvantovací podmínky

- Body obratu x_i nejsou pevné konce $\frac{1}{\hbar}\int\limits_{x_1}^{x_2} p(x)dx = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad n \in \mathbb{Z}_+$
- Za každý pevný konec musíme na pravé straně přidat $\frac{\pi}{4}$

Matice hustoty

- Výsledky měření $W_{\hat{A}=a,\hat{\rho}} = \mathrm{Tr}\left(\hat{P}_a\hat{\rho}\right), \quad \langle\hat{A}\rangle_{\hat{\rho}} = \mathrm{Tr}\left(\hat{A}\hat{\rho}\right), \quad \hat{A} = \sum\limits_{a\in\sigma(\hat{A})} a\hat{P}_a$

- Stav po měření $\hat{A}$, známá/neznámá hodnota $\hat{\rho}_{\hat{A}=a} = \frac{\hat{P}_a\hat{\rho}\hat{P}_a}{\mathrm{Tr}\left(\hat{P}_a\hat{\rho}\right)}, \quad \hat{\rho}_{\hat{A}} = \sum\limits_{a\in\sigma(\hat{A})} \hat{P}_a\hat{\rho}\hat{P}_a$

- Časový vývoj matice hustoty $i\hbar\frac{d}{dt}\hat{\rho} = \left[\hat{H},\hat{\rho}\right]$

Různé obrazy kvantové mechaniky (shodují se v t_0)

- Schrödinger $i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle, \quad |\psi(t)\rangle = \hat{U}(t,t_0)|\psi(t_0)\rangle, \quad i\hbar\frac{d}{dt}\hat{U}(t,t_0) = \hat{H}\hat{U}(t,t_0)$
- Heisenberg $|\psi^H(t)\rangle = \hat{U}^\dagger(t,t_0)|\psi(t)\rangle = |\psi(t_0)\rangle, \quad \hat{A}^H(t) = \hat{U}^\dagger(t,t_0)\hat{A}\hat{U}(t,t_0)$

$$\frac{d}{dt}\hat{A}^H(t) = \hat{U}^\dagger(t,t_0)\left(\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H},\hat{A}\right] + \frac{\partial\hat{A}}{\partial t}\right)\hat{U}(t,t_0)$$

- Dirac $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}, \quad \hat{H}_0|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle, \quad \hat{U}_0(t,t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0(t-t_0)}, \quad \omega_{mn} = \frac{E_m-E_n}{\hbar}$

$$|\psi^D(t)\rangle = \hat{U}_0^\dagger|\psi(t)\rangle, \quad \hat{A}^D = \hat{U}_0^\dagger\hat{A}\hat{U}_0, \quad \frac{d}{dt}\hat{A}^D(t) = \hat{U}_0^\dagger(t,t_0)\left(\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H}_0,\hat{A}\right] + \frac{\partial\hat{A}}{\partial t}\right)\hat{U}_0(t,t_0)$$

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\psi^D(t)\rangle = \hat{V}^D|\psi^D(t)\rangle,\ |\psi^D(t)\rangle = \sum_m \psi_m^D(t)|\psi_m\rangle,\ i\hbar\frac{d\psi_m^D}{dt} = \sum_j V_{mn}e^{i\omega_{mn}t}\psi_n^D,\ V_{mn} = \langle\psi_m|\hat{V}|\psi_n\rangle$$

Spin-$\frac{1}{2}$ v rotujícím magnetickém poli

- Rotující pole v rovinně xy $\vec{B}(t) = (B_1\cos\omega t, -B_1\sin\omega t, B_0), \quad \hat{H}(t) = -\frac{\mu}{\hbar}\hat{\vec{S}}\cdot\vec{B}(t)$
- Efektivní hamiltonián $\hat{H}_{ef} = \hat{H}(0) + \omega\hat{S}_3 = \Omega\ \vec{n}_\Omega\cdot\hat{\vec{S}}, \quad \Omega = \sqrt{\Delta^2+\omega_1^2}, \quad \vec{n}_\Omega = \frac{1}{\Omega}(-\omega_1, 0, \Delta)$
- Evoluční operátor $\hat{U}(t,0) = e^{\frac{i}{\hbar}\omega t\hat{S}_3}\ e^{-\frac{i}{\hbar}\Omega t\vec{n}_\Omega\cdot\hat{\vec{S}}}, \quad \omega_0 = \frac{\mu B_0}{\hbar}, \quad \omega_1 = \frac{\mu B_1}{\hbar}, \quad \Delta = \omega - \omega_0$

Nestacionární poruchová teorie

- Celkový Hamiltonián $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(t), \quad \hat{H}_0|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle, \quad \omega_{mn} = \frac{E_m-E_n}{\hbar}$

- Pravděpodobnost přechodu v 1. řádu $W^{(1)}_{i\to f}(T-T_0) = \frac{1}{\hbar^2}\left|\int\limits_{T_0}^{T}\langle\psi_f|\hat{V}(t)|\psi_i\rangle e^{i\omega_{fi}t}dt\right|^2$

Teorie rozptylu

- Amplituda rozptylu v 1. Bornově aproximaci (spec. pro $V(r)$)

$$f^{(1)}(\vec{k}',\vec{k}) = -\frac{M}{2\pi\hbar^2}\int\limits_{\mathbb{R}^3} e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\cdot\vec{x}'}V(\vec{x}')d^3x'\left(= -\frac{M}{\hbar^2 k\sin\frac{\theta}{2}}\int\limits_0^\infty r'V(r')\sin\left(2kr'\sin\frac{\theta}{2}\right)dr'\right)$$